**УО «Белорусский государственный технологический университет»**

Математическое программирование

Тема: Алгоритмы на графах

Выполнила студентка ФИТ

2 курса 1 группы

Пригодич Вера

Минск 2022

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** Освоить сущность и программную реализацию: а) способов представления графов; б) алгоритмов поиска в ширину и глубину; в) алгоритма топологической сортировки графов.

**ЗАДАНИЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ:**

**Задание 1.**  Ориентированный граф **G** взять в соответствии с вариантом. Осуществить алгоритмы поиска в ширину и глубину, а также алгоритма топологической сортировки аналогично примерам, рассмотренным на лекциях. Оформить отчет, включив в него **каждый** шаг выполнения алгоритмов.

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант | Граф G |
| 10 |  |

**Алгоритм поиска в ширину(BFS)**

Исходный граф:



Текущее состояние алгоритма хранится в следующих структурах памяти:

Q – очередь вершин,

C – массив окраски вершин,

D – массив расстояний,

P – массив предшествующих вершин.

Шаг 1.

|  |  |
| --- | --- |
| Q | 0 |
| C | G | W | W | W | W | W | W |
| D | 0 | I | I | I | I | I | I |
| P | N | N | N | N | N | N | N |



Шаг 2.

|  |  |
| --- | --- |
| Q | 1 |
| C | B | G | W | W | W | W | W |
| D | 0 | 1 | I | I | I | I | I |
| P | N | 0 | N | N | N | N | N |



Шаг 3.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Q | 3 | 4 |
| C | B | B | | W | G | G | W | W |
| D | 0 | 1 | | I | 2 | 2 | I | I |
| P | N | 0 | | N | 1 | 1 | N | N |



Шаг 4.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 2 | 4 | 6 | |
| C | B | B | | G | | B | G | W | G |
| D | 0 | 1 | | 3 | | 2 | 2 | I | 3 |
| P | N | 0 | | 3 | | 1 | 1 | N | 3 |



Шаг 5.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Q | 2 | 6 |
| C | B | B | | G | B | B | W | G |
| D | 0 | 1 | | 3 | 2 | 2 | I | 3 |
| P | N | 0 | | 3 | 1 | 1 | N | 3 |



Шаг 6.

|  |  |
| --- | --- |
| Q | 6 |
| C | B | B | B | B | B | W | G |
| D | 0 | 1 | 3 | 2 | 2 | I | 3 |
| P | N | 0 | 3 | 1 | 1 | N | 3 |



Шаг 7.

|  |  |
| --- | --- |
| Q | 5 |
| C | B | B | B | B | B | G | B |
| D | 0 | 1 | 3 | 2 | 2 | 4 | 3 |
| P | N | 0 | 3 | 1 | 1 | 6 | 3 |



Шаг 8.

|  |  |
| --- | --- |
| Q | 5 |
| C | B | B | B | B | B | B | B |
| D | 0 | 1 | 3 | 2 | 2 | 4 | 3 |
| P | N | 0 | 3 | 1 | 1 | 6 | 3 |



Полученный в результате работы массив **P** позволяет построить так называемое BFS-дерево

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N | 0 | 3 | 1 | 1 | 6 | 3 |

**Алгоритм поиска в глубину (DFS)**

Исходный граф:



Текущее состояние алгоритма хранится в следующих структурах памяти:

C – массив окраски вершин,

D – время окраски вершин в серый цвет,

P – массив предшествующих вершин,

F – время окраски в чёрный цвет,

t – номер шага алгоритма.

Шаг 1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | W | W | W | W | W | W |
| D | 1 | I | I | I | I | I | I |
| P | N | N | N | N | N | N | N |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

t=1

Шаг 2.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | W | W | W | W | W |
| D | 1 | 2 | I | I | I | I | I |
| P | N | 0 | N | N | N | N | N |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

t=2

Шаг 3.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | W | G | W | W | W |
| D | 1 | 2 | I | 3 | I | I | I |
| P | N | 0 | N | 1 | N | N | N |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

t=3

Шаг 4.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | G | G | W | W | W |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | I | I | I |
| P | N | 0 | 3 | 1 | N | N | N |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

t=4

Шаг 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | B | G | W | W | W |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | I | I | I |
| P | N | 0 | 3 | 1 | N | N | N |
| F | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |

t=5

Шаг 6.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | B | G | W | W | G |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | I | I | 6 |
| P | N | 0 | 3 | 1 | N | N | 3 |
| F | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |

t=6

Шаг 7.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | B | G | G | W | G |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | 7 | I | 6 |
| P | N | 0 | 3 | 1 | 6 | N | 3 |
| F | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |

t=7

Шаг 8.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | B | G | B | W | G |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | 7 | I | 6 |
| P | N | 0 | 3 | 1 | 6 | N | 3 |
| F | 0 | 0 | 5 | 0 | 8 | 0 | 0 |

t=8

Шаг 9.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | B | G | B | G | G |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | 7 | 9 | 6 |
| P | N | 0 | 3 | 1 | 6 | 6 | 3 |
| F | 0 | 0 | 5 | 0 | 8 | 0 | 0 |

t=9

Шаг 10.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | B | G | B | B | G |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | 7 | 9 | 6 |
| P | N | 0 | 3 | 1 | 6 | 6 | 3 |
| F | 0 | 0 | 5 | 0 | 8 | 10 | 0 |

t=10

Шаг 11.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | B | G | B | B | B |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | 7 | 9 | 6 |
| P | N | 0 | 3 | 1 | 6 | 6 | 3 |
| F | 0 | 0 | 5 | 0 | 8 | 10 | 11 |

t=11

Шаг 12.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | B | B | B | B | B |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | 7 | 9 | 6 |
| P | N | 0 | 3 | 1 | 6 | 6 | 3 |
| F | 0 | 0 | 5 | 12 | 8 | 10 | 11 |

t=12

Шаг 13.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | B | B | B | B | B | B |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | 7 | 9 | 6 |
| P | N | 0 | 3 | 1 | 6 | 6 | 3 |
| F | 0 | 13 | 5 | 12 | 8 | 10 | 11 |

t=13

Шаг 14.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | B | B | B | B | B | B | B |
| D | 1 | 2 | 4 | 3 | 7 | 9 | 6 |
| P | N | 0 | 3 | 1 | 6 | 6 | 3 |
| F | 14 | 13 | 5 | 12 | 8 | 10 | 11 |

t=14

Полученный в результате работы массив **P** позволяет построить так называемое DFS-дерево

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P | N | 0 | 3 | 1 | 6 | 6 | 3 |

**Алгоритм топологической сортировки**

Исходный граф:



Топологическая сортировка – это процедура упорядочивания вершин ориентированного графа, не имеющего циклов.

При реализации топологической сортировки с помощью алгоритма поиска в глубину используется массив меток вершин, с помощью которого моделируется удаление вершин из графа и сохраняются новые номера вершин.

Шаг 1.

1/



Шаг 2.

2/

1/



Шаг 3.

2/



3/

1/

Шаг 4.

2/



3/

4/

1/

Шаг 5.



4/5

1/

2/

3/

|  |
| --- |
| 2 |

Шаг 6.

2/

1/

4/5

3/



6/

Шаг 7.

1/

4/5



6/

3/

2/

7/

Шаг 8.



2/

7/8

6/

3/

1/

4/5

|  |  |
| --- | --- |
| 4 | 2 |

Шаг 9.



9/

1/

2/

3/

4/5

6/

7/8

Шаг 10.

7/8

2/

1/

6/

4/5

3/



9/10

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 5 | 4 | 2 |

Шаг 11.



6/11

9/10

1/

2/

3/

4/5

7/8

Шаг 12.



3/12

1/

2/

4/5

6/11

7/8

9/10

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 6 | 5 | 4 | 2 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 3 | 6 | 5 | 4 | 2 |

Шаг 13.

2/13

9/10

7/8

6/11

4/5

3/12

1/



Шаг 14.



1/14

9/10

7/8

6/11

4/5

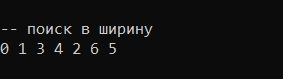
3/12

2/13

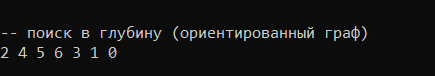
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 3 | 6 | 5 | 4 | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 3 | 6 | 5 | 4 | 2 |

**Задание 2.** Осуществить программную реализацию алгоритмов на C++. Разработать структуры **AMatrix** и **АList** для представления ориентированного графа матричным и списковым способом. Разработать функции преобразования из одного способа представления в другой. Разработать функцию **BFS** обхода вершин графа, используя метод поиска в ширину. Продемонстрировать работу функции. Копии экрана вставить в отчет.



**Задание 3.** Разработать функцию **DFS** обхода вершин графа, используя метод поиска глубину. Продемонстрировать работу функции. Копии экрана вставить в отчет.



**Задание 4.** Доработайте функцию **DFS**,для выполнения топологической сортировки графа. Продемонстрировать работу функции. Копии экрана вставить в отчет.



**Вывод:** освоила сущность и программную реализацию: а) способов представления графов; б) алгоритмов поиска в ширину и глубину; в) алгоритма топологической сортировки графов.